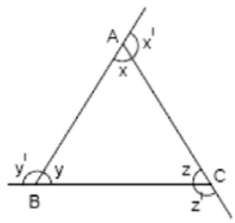
GENEL GEOMETRİ FORMÜLLERİ

ÜÇGEN

Üçgende Açılar

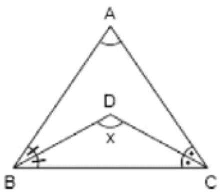


a) İç açıları toplamı 180^0 dir.

b)Dış açıları toplamı 360^0 dir.

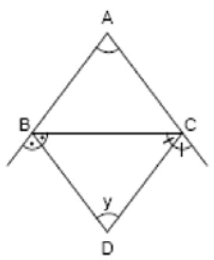
c) Bir dış açısı kendisine komşu olmayan bir dış açıya eşittir.

$x'=y+z$ $y'=x+z$ $z'=x+y$



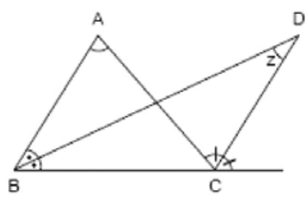
Açıortayların birleşmesiyle oluşan açı=x

$x=90^0+{s(A)}/{2}$ dir.



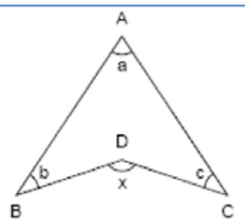
Dış açıortayların birleşmesiyle oluşan açı=x

$x=90^0-{s(A)}/{2}$ dir.



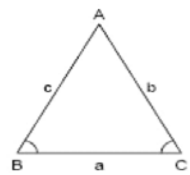
Bir iç açıortayla bir dış açıortayın birleşmesiyle oluşan açılar arasında:

s(A)=2z bağıntısı vardır.



x=a+b+c dir.

Üçgende Açı-Kenar Bağıntıları



a)Küçük açı karşısında küçük kenar, büyük açı karşısında büyük kenar bulunur.

$s(\hat{A})>s(B)>S(C)$ ise $a>b>c$ dir.

b)Üçgen eşitsizliği

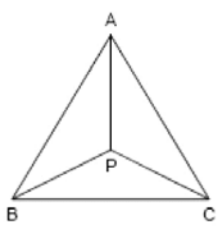
$|a+b|>c>|a-b|$ dir.

$|a+c|>b>|a-c|$ dir.

$|c+b|>a>|c-b|$ dir.

c) A açısı 90^0 den büyük ise

$a^2>b^2+c^2$ dir.

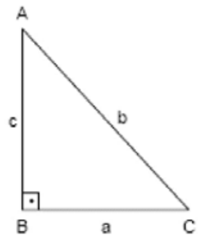


P üçgenin içinde herhangi bir nokta olmak üzere, Çevre(ABC)=2u ise

$u<|PA|+|PB|+|PC|<2u$ olur.

DİK ÜÇGEN

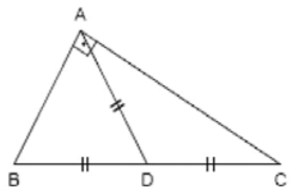
Pisagor Bağıntısı



b=Hipotenüs

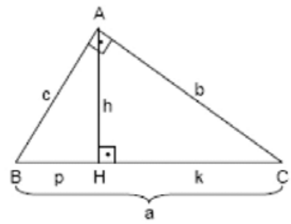
$b^2=a^2+c^2$ dir.

Muhteşem Üçlü



Dik açıdan çizilen kenarortay hipotenüsün yarısı uzunluğundadır.

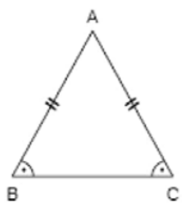
Öklid Bağıntısı



$h^2=p.k$

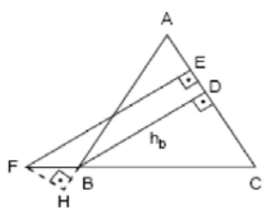
$b^2=k.a$ $c^2=p.a$

İkizkenar Üçgen



İki kenarı veya iki açısı eş olan üçgenler **ikizkenar üçgen** denir.

$|AB|=|AC|$ ve $s(B)=s(C)$dir.

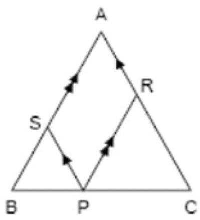


GENEL GEOMETRİ FORMÜLLERİ

A,B,H noktaları doğrusal;

F,B,C noktaları doğrusal [FH] ⊥ [HB]

IABI=IACI ise IFEI-IFHI=h_b-h_c dir.

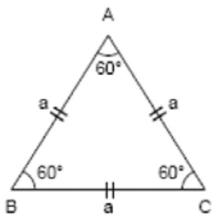


P herhangi bir nokta,

[PR]//[AB], [PS]//[AC] ve IABI=IACI olmak üzere,

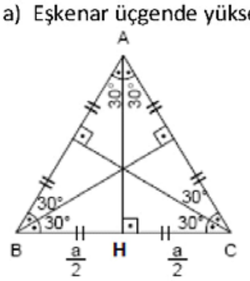
IPRI+IPSI= IABI=IACI

Eşkenar Üçgen



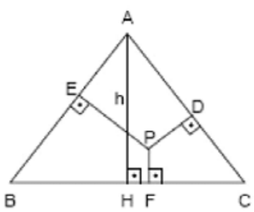
İç açıları ve kenarları eşit üçgene **eşkenar üçgen** denir.

a) Eşkenar üçgende yükseklik,



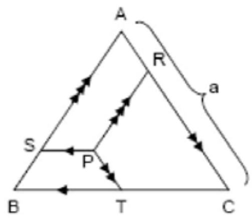
kenarortay ve açıortay uzunlukları eşittir.

$V_a=h_b=n_a$



b)P eşkenar üçgen üzerinde olmak üzere,

P noktasından kenarları çizilen dikmelerin toplamı üçgenin yüksekliğine eşittir.

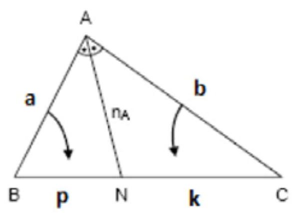


c) P eşkenar üçgen üzerinde olmak üzere,

P noktasından kenarları çizilen paralellerin toplamı üçgenin bir kenar uzunluğuna eşittir.

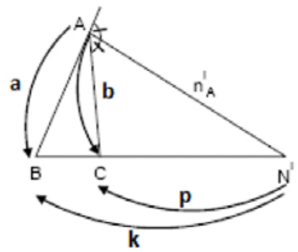
Üçgende Açıortay Bağlantıları

IANI iç açıortay,



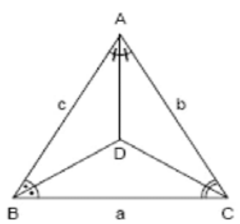
$\frac{IABI}{IBNI}=\frac{IACI}{INCI}$ ve $IANI^2$=a.b-p.k dir.

IANI dış açıortay,



$\frac{IABI}{IBNI}=\frac{IACI}{INCI}$ ve $IANI^2$=p.k-a.b dir.

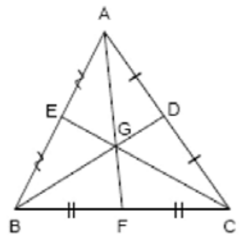
*Bir üçgende iki dış açıortay ile bir iç açıortay bir noktada kesişirler. Bu nokta üçgenin dış teğet çemberinin merkezidir.



D dış teğet çemberinin merkezi olmak üzere,

$\frac{A(\widehat{CDB})}{a}=\frac{A(\widehat{ADC})}{b}=\frac{A(\widehat{ABD})}{c}$ dir.

Üçgende Kenarortay Bağıntıları

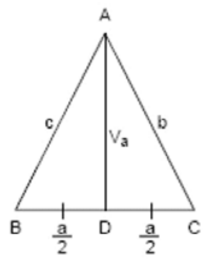


Kenarortay ların kesiştiği noktaya **ağırlık merkezi** denir.

G, ağırlık merkezi ise

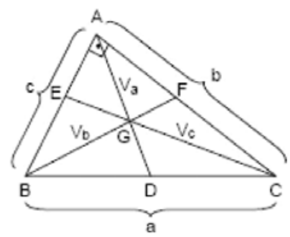
IAGI=2IGFI ve IBGI=2IGDI ve

IGCI=2IGEI dir.



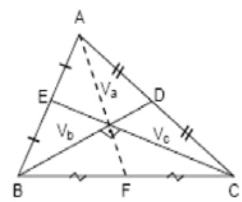
Kenarortay Teoremi:

$2V_a^2+(a^2/2)=b^2+c^2$ dir.



G, ağırlık merkezi ve s(A)=90^0 ise

$5V_a^2= V_b^2+ V_c^2$dir.



[BD] ⊥ [CE]

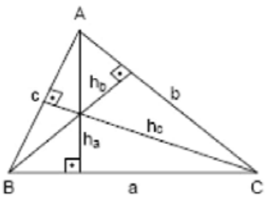
İse

$V_a^2= V_b^2+ V_c^2$

olur.

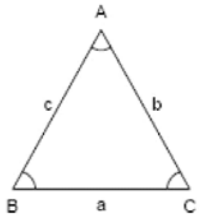
GENEL GEOMETRİ FORMÜLLERİ

Üçgende ALAN



$$A(\widehat{ABC}) = \frac{a \cdot h_a}{2} = \frac{b \cdot h_b}{2} = \frac{c \cdot h_c}{2}$$

İki Kenar ve Bu Kenarlar Arasındaki Açı Biliniyorsa Alan:



Alan=$\frac{1}{2}$. a.b.sinC

Alan=$\frac{1}{2}$. b.c.sinA

Alan=$\frac{1}{2}$. a.c.sinB

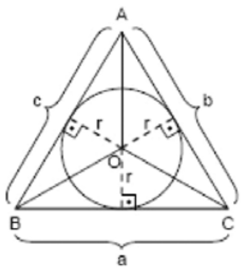
Üç Kenar Uzunluğu Bilinen Üçgenin Alanı (U Kuralı):

Çevre=a+b+c olsun

u=$\frac{a+b+c}{2}$ olsun.

$$\boxed{\textbf{Alan}=\sqrt{u.(u-a).(u-b).(u-c)}}$$

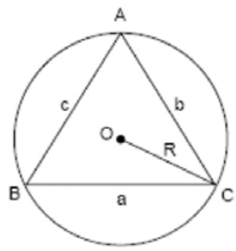
Çevresi ve İç Teğet Çemberinin Yarıçapı Verilen Üçgenin Alanı



u=$\frac{a+b+c}{2}$ olsun.

Alan=u.r (r:yarıçap)

Çevrel Çemberinin Yarıçapı ve Kenar Uzunlukları Verilen Üçgenin Alanı



IOCI=R

Alan=$\frac{a.b.c}{4R}$

Üçgende Alanla İlgili Özellikler

1.Yükseklikleri eşit olan üçgenlerin alanları oranı tabanları oranına eşittir.

$$\frac{A(\widehat{ABC}) = \frac{a \cdot h_a}{2}}{A(\widehat{DEF}) = \frac{b \cdot h_b}{2}} = \frac{a}{b}$$

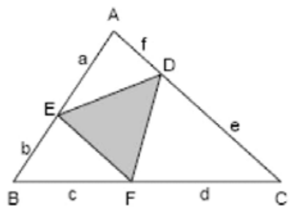
olup h_a=h_b olursa

Alanların oranının $\frac{a}{b}$ oranı olduğu basit bir şekilde anlaşılabilir.

2. Taban uzunlukları eşit olan üçgenlerin alanları oranı yükseklikleri oranına eşittir. (a=b ise)

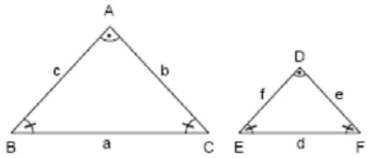
$$\frac{A(\widehat{ABC}) = \frac{a \cdot h_a}{2}}{A(\widehat{DEF}) = \frac{b \cdot h_b}{2}} = \frac{h_a}{h_a}$$

3.



$$\frac{A(ABC)}{A(DEF)} = \frac{IABI.IACI.IBCI}{a.c.e+b.d.f}$$

BENZERLİK ORANI



ABC ile DEF üçgeni benzer ise

$$\frac{IABI}{IDEI} = \frac{IBCI}{IEFI} = \frac{IACI}{IDFI}$$
$= k$ *oranına* **benzerlik oranı** *denir.*

Benzerlik oranı

$$\frac{IABI}{IDEI} = \frac{IBCI}{IEFI} = \frac{IACI}{IDFI} = \frac{ha}{hd} = \frac{hb}{he} = \frac{hc}{hf} = k$$

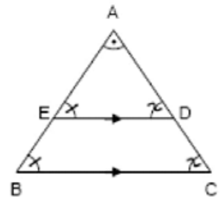
Ayrıca,

$$\frac{n_A}{n_D} = \frac{n_B}{n_E} = \frac{n_C}{n_F} = \frac{V_a}{V_d} = \frac{V_b}{V_e} = \frac{V_c}{V_f} = \frac{Ç(\widehat{ABC})}{Ç(\widehat{DEF})} = k$$

$$\frac{A(\widehat{ABC})}{A(\widehat{DEF})} = k^2$$

(Alanlar oranı benzerlik oranının karesine eşittir.)

Temel Benzerlik Teoremi

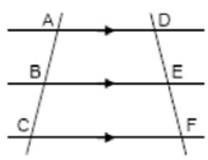


ED//BC ise

$$\frac{IAEI}{IABI} = \frac{IADI}{IACI} = \frac{IEDI}{IBCI}$$

Oranına **temel benzerlik teoremi** denir.

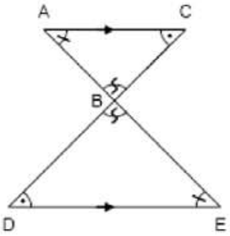
Thales Teoremi



AD//BE//CF

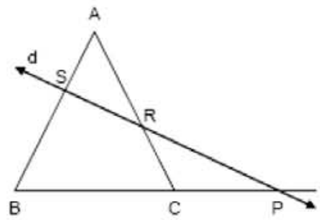
$$\frac{|AB|}{|BC|} = \frac{|DE|}{|EF|} \text{ ve } \frac{|AB|}{|AC|} = \frac{|DE|}{|DF|}$$ şeklindedir.

GENEL GEOMETRİ FORMÜLLERİ



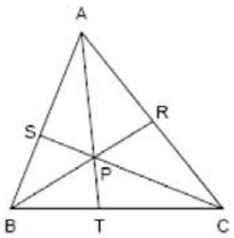
$$\frac{|AC|}{|DE|}=\frac{|AB|}{|BE|}=\frac{|BC|}{|BD|}$$

Menelaus Teoremi



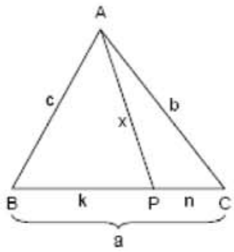
$$\frac{|PC|}{|PB|}\cdot\frac{|BS|}{|AS|}\cdot\frac{|AR|}{|RC|}=1$$

Seva Teoremi



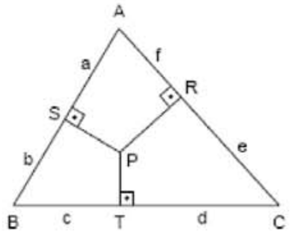
$$\frac{|AS|}{|BS|}\cdot\frac{|BT|}{|CT|}\cdot\frac{|CR|}{|AR|}=1$$

Stewart Teoremi



$$x^2=\frac{b^2\cdot m+c^2\cdot n}{a}-m\cdot n$$

Carnot Teoremi



P herhangi bir nokta olmak üzere,

$a^2+c^2+e^2=b^2+d^2+f^2$

ÇOKGENLER

Dışbükey (Konveks) Çokgenler

*İç açılar toplamı: (n -2) . 180°

*Dış açılar toplamı =360°

*Bir köşeden (n – 3) tane köşegen çizilebilir.

*Köşegen sayısı=n(n-3)/2

* n kenarlı dışbükey bir çokgenin içerisinde, bir köşeden köşegenler çizilerek (n – 2) adet üçgen elde edilebilir.

*Kenar sayısı n olan bir konveks çokgenin çizilebilmesi için (2n-3)tane elemanı bilinmelidir. Bu elemanların en az (n-2) tanesi uzunluk, en çok (n-1) tanesi açı olmalıdır.

Düzgün Çokgenler

Tüm kenarları ve tüm açıları eşit olan çokgenlere düzgün çokgenler denir.

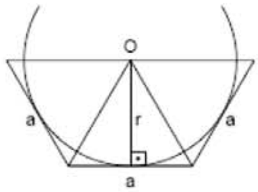
* n kenarlı düzgün bir çokgenin bir dış açısının ölçüsü: $\frac{360}{n}$ ile bulunur.

*Bir iç açısı ise

$180-\frac{360}{n}$ veya

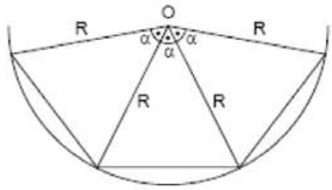
$\frac{(n-2)180}{n}$ ile bulunur.

Düzgün Çokgenin Alanı



İç teğet çemberinin yarıçapı = r

$A=\frac{n.a.r}{2}$



Çevrel çemberin yarıçapı= R

n kenarlı düzgün çokgenin alanı,

$A=\frac{1}{2}.n.R^2.\sin\alpha$ $(\alpha=\frac{360}{n})$

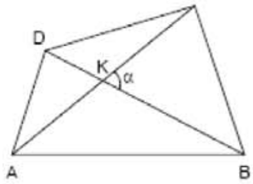
DÖRTGENLER

Konveks Dörtgenler

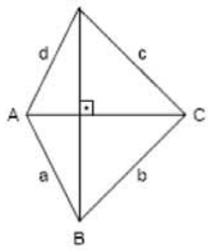
*İç açıları toplamı:360^0 dır.

*Dış açıları toplamı:360^0 dır.

Alan



$A(ABCD)=\frac{1}{2}.|AC|.|BD|.\sin a$

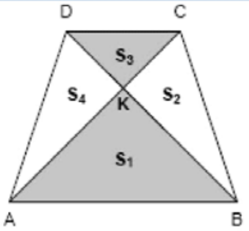


$a^2+c^2=b^2+d^2$

Alan=

$\frac{|AC|.|BD|}{2}$

GENEL GEOMETRİ FORMÜLLERİ



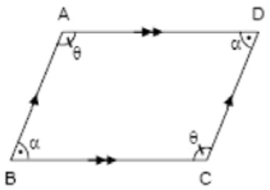
[AC] [BD] köşegen olmak üzere,

$S_1.S_3=S_2.S_4$

PARALELKENAR

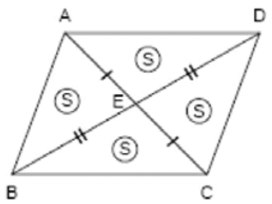
Karşılıklı kenarları paralel ve eşit olan dörtgene **paralelkenar** denir.

*Paralelkenarın karşılıklı açılarının ölçüleri eşittir.



[AB]//[DC] ve [AD]//[BC] ve

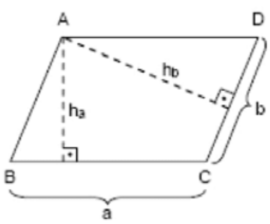
$\alpha+\theta=180^0$ dir.



Köşegenlerin kesişimi "E" ağırlık merkezidir.

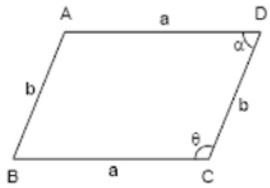
Köşegenler birbirini ortalar ve alanı 4 eşit parçaya ayırır.

Alan

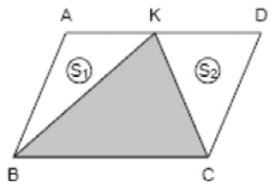


1. Alan=$a.h_a=b.h_b$ dir.

2.

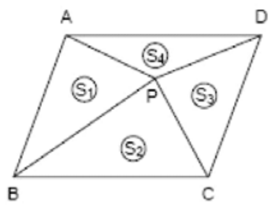


Alan=a.b.sinα



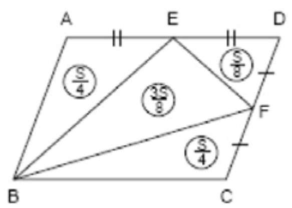
K kenarlar üzerinde herhangi bir nokta olmak üzere,

$A(ABCD)=2.(S_1+S_2)$ dir.



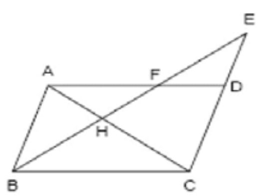
P paralelkenar içinde bir nokta olmak üzere,

$S_1+S_3= S_2+S_4$



A(ABCD)=S ise A(DEF)=$\frac{S}{8}$

A(ABE)=A(BCF)=$\frac{S}{4}$ A(BEF)=$\frac{3S}{8}$

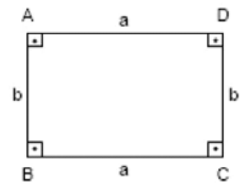


$|BH|^2=|HF|.|HE|$ dir. (Benzerlikten)

Dikdörtgen

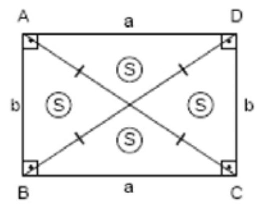
*Açıları 90^0dir.

*Karşılıklı kenarları eşit ve paraleldir.

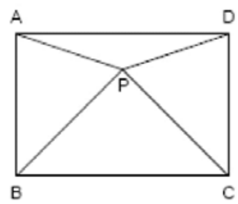


Çevre=2a+2b=2(a+b)

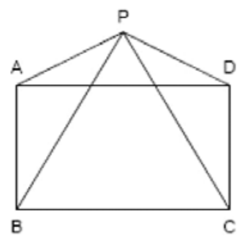
Alan= a.b



Köşegenler alanı 4 eşit parçaya böler.



P içerde herhangi bir nokta olmak üzere, $|BP|^2+|DP|^2=|AP|^2+|CP|^2$ dir.



P dışarda herhangi bir nokta olmak üzere, $|BP|^2+|DP|^2=|AP|^2+|CP|^2$ dir.

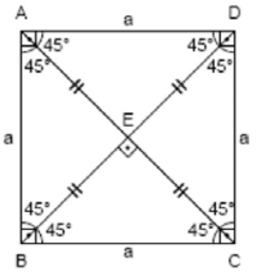
Kare

*Açıları 90^0dir.

*Bütün kenarları eşit ve paraleldir.

*Köşegenler açıortaydır.

GENEL GEOMETRİ FORMÜLLERİ

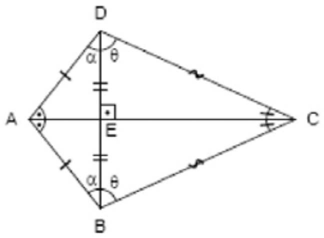


Çevre=4a

Alan=a^2 Alan=$\frac{|AC|.|BD|}{2}$ dir.

$|AC|=|BD|=a\sqrt{2}$ dir.

DELTOİD



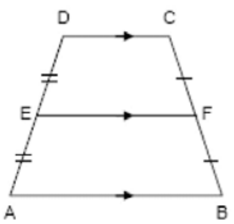
Taban uzunlukları eşit iki ikizkenar üçgenin tabanlarının birleştirilmesiyle oluşan şekle denir.

*Tepe açılarını birleştiren köşegenler açıortaydır.

*Köşegenler dik kesişir.

Alan=$\frac{|AC|.|BD|}{2}$ dir.

Yamuk



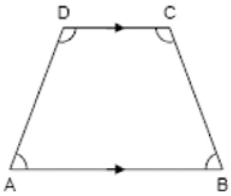
Yalnızca iki kenarı paralel olan dörtgene **yamuk** denir.

*Paralel olan yamuğun kenarlarına **yamuğun tabanları**, diğer kenarlara ise **yan kenarlar** denir.

[AB]//[DC]//[EF] olmak üzere,

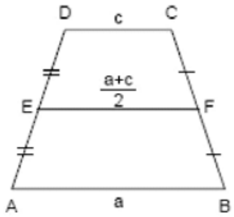
[AD]nin orta noktası "E" ve [BC]nin orta noktası "F" ise

[DC] ye **orta taban** denir.



[AB]//[DC] ise

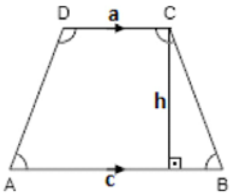
$s(A)+s(D)=s(B)+s(C)=180^0$ dir.



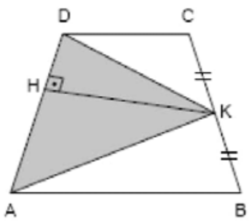
[EF] **orta taban**,

$[EF]=\frac{a+c}{2}$

Yamuğun Alanı

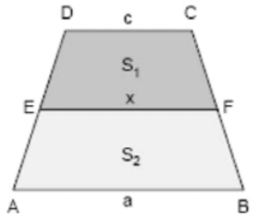


Alan=$[\frac{a+c}{2}].h$



$|KC|=|KB|$ ise $A(ABCD)=2.A(AKD)$

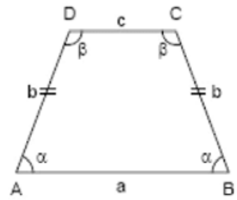
$A(ABCD)=|KH|.|AD|$ dir.



Eğer S1=S2 ise $x=\sqrt{\frac{a^2+c^2}{2}}$ dir.

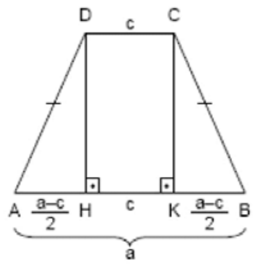
İkizkenar Yamuk

Yan kenarları eşit uzunlukta olan yamuğa **ikizkenar yamuk** denir.



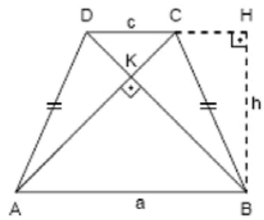
*Taban açıları eşittir.

*Köşegenleri eşit uzunluktadır.



* $[DH] \perp [AB]$, $[CK] \perp [AB]$ ise

$|AH|=|KB|=|\frac{a-c}{2}|$



ABCD ikizkenar yamuk

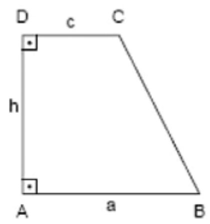
$[AC] \perp [BD]$ ve

yamuğun yüksekliği

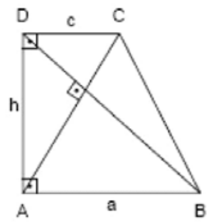
$h=\frac{a+c}{2}$ ve Alan=h^2 dir.

GENEL GEOMETRİ FORMÜLLERİ

Dik Yamuk



Yan kenarlarından biri tabana dik ise bu yamuğa **dik yamuk** denir.

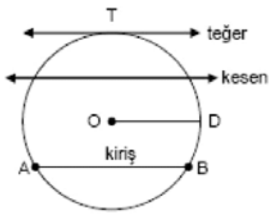


Bir dik yamukta köşegenler dik kesişiyorsa,

$h^2 = \sqrt{a.c}$ dir.

ÇEMBER

Çember, düzlemde sabit bir noktaya eşit uzaklıkta bulunan noktaların kümesinin oluşturduğu yuvarlak, geometrik şekil.



*Bir kesenin, çember içerisinde kalan parçasına **kiriş** denir.

*Çemberi iki eş parçaya ayıran doğru parçasına **çap** denir. Merkezden geçen kiriş, çaptır.

*Çember üzerinde herhangi iki nokta arasında kalan parçaya **yay** denir.

*Çember ile iki ortak noktası olan doğruya **kesen** denir.

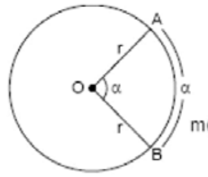
*Çember ile bir ortak noktası olan doğruya **teğet** denir.

AB yayı $\widehat{AB}$ şeklinde gösterilir.

Ölçüsü ise $m(\widehat{AB})$ ile gösterilir.

a)**Merkez Açı**=İki yarıçapın oluşturduğu açıya **merkez açı** denir.

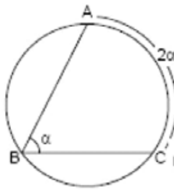
*Merkez açının ölçüsü gördüğü yayın ölçüsüne eşittir.



$m(\widehat{AB}) = m(\widehat{AOB}) = \alpha$

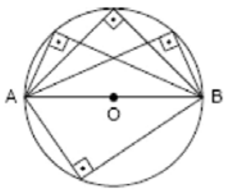
b)**Çevre Açı**: Bir ucu ortak olan iki kiriş arasındaki açıya **çevre açı** denir.

*Çevre açı gördüğü yayın ölçüsünün yarısına eşittir.



$m(\widehat{AC}) = 2\cdot m(\widehat{ABC}) = 2\alpha$

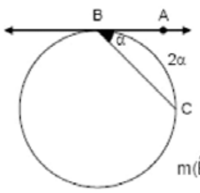
*Çapı gören çevre açının ölçüsü 90^0dir.



c)**Teğet-Kiriş Açı**:

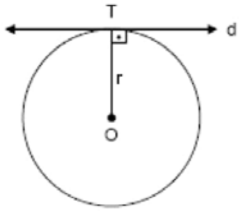
Çemberde bir teğet ile bir kirişin oluşturduğu açıya denir.

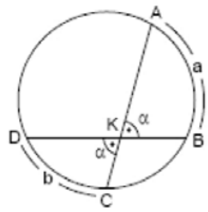
*Teğet-kiriş açı gördüğü yayın ölçüsünün yarısına eşittir.



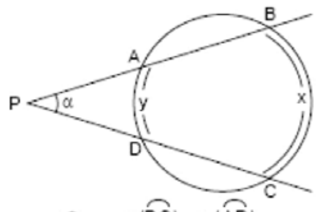
$m(\widehat{BC}) = 2\cdot m(\widehat{ABC}) = 2\alpha$

*Merkezle teğet noktasını birleştiren yarıçap, teğete diktir(90^0).





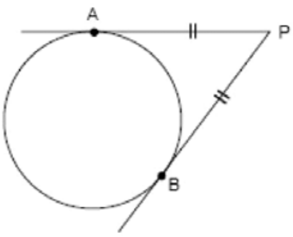
$$\alpha = \frac{m(\widehat{AB}) + m(\widehat{CD})}{2} = \frac{a+b}{2}$$



$$m(\widehat{BPC}) = \frac{m(\widehat{BC}) - m(\widehat{AD})}{2}$$

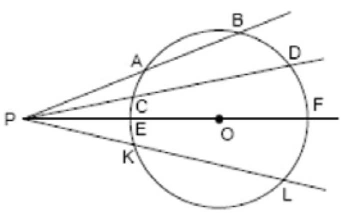
$\alpha = \frac{x-y}{2}$ şeklindedir.

*Çember dışındaki bir P noktasından teğetler çizilirse bu uzunluklar birbirine eşittir.



[AP]=[BP]

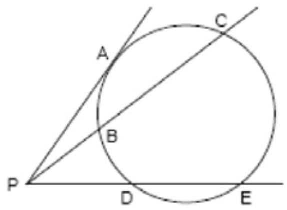
*Çember dışındaki bir noktadan sonsuz sayıda kesen çizilir.



Bu kesenler arasındaki bağıntı,

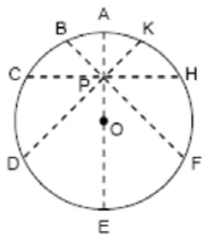
IPAI.IPBI=IPCI.IPDI=IPKI.IPLI dir.

*A noktası teğet ise



Kuvvet şöyle alınır.

$|PA|^2=|PB|.|PC|=|PD|.|PE|$ dir.

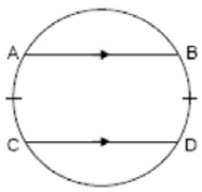


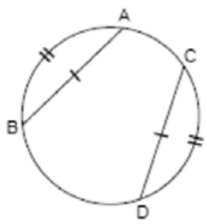
P çemberin içinde herhangi bir nokta olmak üzere,

IPAI.IPEI=ICPI.IPHI=IDPI.IPKI

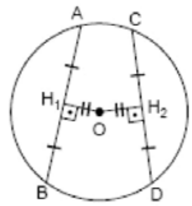
* $[AB] \,//\, [CD]$ ise $|\overset{\frown}{AC}| = |\overset{\frown}{BD}|$ dir.

$|AB| = |CD|$ ise $|\overset{\frown}{AB}| = |\overset{\frown}{CD}|$





*Merkezden uzunlukları eşit kirişlere çizilen dikmelerin uzunlukları eşittir.



Dairenin Alanı ve Çevresi

İçi dolu çembere **daire** denir.

Dairenin Alanı=$\pi.r^2$

Çember veya direnin çevresi= $2.\pi.r$

Daire diliminin alanı=

$$A(AOB)_{\text{Daire dilimi}} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot \alpha}{360°} = \frac{|\overset{\frown}{AB}| \cdot r}{2}$$

Çember yayının uzunluğu=

$$|\overset{\frown}{AB}| = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot \alpha}{360°}$$